

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования,  
информационных и обслуживающих технологий

Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-  
математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий

« 17 »  Е. А. Журавлева  
2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Дифференциальная геометрия и топология

По направлению подготовки	01.03.01 Математика
Профиль подготовки образования	Математические и цифровые технологии в
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная
Курс	2 курс

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы высшего образования для подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.01 Математика и профилю «Математические и цифровые технологии в образовании» очной формы обучения.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональных стандартов, утвержденными Приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (с изменениями и дополнениями); от 22 сентября 2021 г. № 652н; от 20 июля 2022 г. № 425н.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

доцент кафедры фундаментальной математики ФБГОУ ВО «ЛГПУ», канд. пед. наук, доцент Давыскиба Оксана Викторовна.

Утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики

Протокол от «13» сентября 2025 г. № 7

Заведующий кафедрой

фундаментальной математики



С.В. Темникова

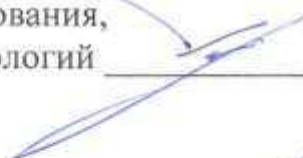
Одобрена на заседании учебно-методической комиссии Института физико-математического образования, информационных и обслуживающих технологий

Протокол от «15» сентября 2025 г. № 6

Председатель учебно-методической комиссии

Института физико-математического образования,

информационных и обслуживающих технологий



О.В. Давыскиба

**СОГЛАСОВАНО:**

Директор Департамента образования



В.В. Савенков

## Структура и содержание учебной дисциплины

### 1. Цели и задачи дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» является глубокое усвоение основных понятий и положений теории многообразий для исследования геометрических свойств линий и поверхностей в бесконечно малой окрестности.

Задачами освоения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» является формирование умений и навыков исследования геометрических и топологических свойств кривых, поверхностей, многообразий с помощью методов дифференциального исчисления.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» входит в обязательную часть дисциплин Блока 1 учебного плана подготовки студентов по направлению 01.03.01 Математика, профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании. Индекс дисциплины Б1.О.19.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются: **знания** курсов линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных, интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, **умения** вычислять производные от функций одной и нескольких переменных, вычислять интегралы от функции одной переменной, криволинейные интегралы и поверхностные интегралы, **навыки** владения на достаточно высоком уровне аппаратом дифференциального и интегрального исчисления, исследования систем дифференциальных уравнений с использованием методов алгебры.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия» и служит основой для дальнейшего освоения дисциплин «Уравнения математической физики», «Теоретическая механика», «Вариационное исчисление», прохождения преддипломной практики и написания ВКР.

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения	Результаты обучения по дисциплине
Общепрофессиональные		
ОПК-1 – способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и	ОПК-1.1. Понимает значение накопления фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в	<b>Знает</b> основные определения и понятия изучаемых разделов дифференциальной геометрии и топологии; <b>Умеет</b> применять базовый инструментарий дифференциальной

(или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	профессиональной деятельности.	геометрии и топологии для решения прикладных задач; <b>Владеет навыками</b> применения изученных методов к решению практических задач.
	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	

#### 4. Структура и содержание учебной дисциплины

##### 4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (зач. ед.)	
	Очная форма	Очно-заочная форма
<b>Общая учебная нагрузка (всего)</b>	<b>288</b> <b>(8 зач. ед)</b>	—
<b>Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) в том числе:</b>	<b>96</b>	—
Лекции	22/22	—
Семинарские занятия	—	—
Практические занятия	26/26	—
Лабораторные работы	—	—
Контрольные работы	—	—
Курсовая работа / курсовой проект	—	—
Другие формы и методы организации учебного процесса	—	—
<b>Самостоятельная работа студента (всего часов)</b>	<b>161</b>	—
Форма аттестация	<b>4/27</b> Зачет Экзамен	—

##### 4.2. Содержание разделов дисциплины

###### *Раздел 1. Дифференциальная геометрия кривых*

Тема 1. Предмет курса дифференциальной геометрии. Векторная функция скалярного аргумента. Дифференцирование и интегрирование векторных функций скалярного аргумента. Векторные функции со специальными свойствами (Теоремы о векторных функциях постоянной длины, постоянного направления и параллельной постоянной плоскости).

Тема 2. Кривые в пространстве. Параметризованная кривая. Касательная и нормаль к кривой. Поверхность и ее касательные. Нормаль поверхности. Особые точки. Неявное задание кривой.

Тема 3. Соприкосновение кривых. Соприкосновение кривой и поверхности. Соприкасающаяся плоскость.

Тема 4. Основной (сопровождающий) трехгранник кривой, заданной параметрически. Длина дуги как параметр. Натуральная параметризация кривой.

Тема 5. Вывод формул Серре-Френе. Примеры. Разложение производных по натуральному параметру.

Тема 6. Геометрический смысл кривизны и кручения. Формулы для вычисления кривизны и кручения. Натуральные уравнения кривой.

### *Раздел 2. Дифференциальная геометрия поверхностей*

Тема 1. Различные способы задания поверхности. Касательные прямые и касательные плоскости к кривой. Нормаль к поверхности. Криволинейные координаты. Линии на поверхности.

Тема 2. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Нахождение угла между кривыми на поверхности. Вычисление площади поверхности. Изгибание и наложимость. Понятие о внутренней геометрии поверхности и метрическом тензоре поверхности.

Тема 3. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линий на поверхности.

Тема 4. Инварианты пары квадратичных форм. Главные кривизны и направления кривизн. Гауссова и средняя кривизны. Свойства второй квадратичной формы. Локальные свойства поверхности (Формула Эйлера и теоремы).

Тема 5. Изгибание и наложимость. Предмет внутренней геометрии поверхности. Нормальная и геодезические кривизны. Символы Кристоффеля. Уравнения геодезических. Классификация точек поверхности.

Тема 6. Геодезические на поверхностях вращения. Теорема Клеро.

### *Раздел 3. Элементы общей топологии*

Тема 1. Топологические пространства. Непрерывность и гомеоморфизм.

Тема 2 Отделимость. Компактность. Связанность.

Тема 3 Граница множества.

Тема 4 Метрические пространства .

### *Раздел 4. Топология многообразий*

Тема 1. Основные понятия. Определение и примеры многообразий.

Тема 2. Многообразие с краем, локальные координаты точек многообразия. Отображение многообразий, определение гладкого многообразия. Примеры многообразий: гладкие поверхности, матричные группы, проективное пространство.

Тема 3. Топологические многообразия малых размерностей. Клеточные разбиения.

Тема 4. Теорема Эйлера. Топологическая классификация ориентируемых замкнутых поверхностей, проективное пространство.

#### 4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов
3 семестр		
1	Раздел 1. Дифференциальная геометрия кривых	12
2	Раздел 2. Дифференциальная геометрия поверхностей	10
<b>Итого за 3 семестр</b>		<b>22</b>
4 семестр		
3	Раздел 3. Элементы общей топологии	10
4	Раздел 4. Топология многообразий	12
<b>Итого за 4 семестр</b>		<b>22</b>
<b>Итого:</b>		<b>44</b>

#### 4.4. Практические занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов
3 семестр		
1	Раздел 1. Дифференциальная геометрия кривых	14
2	Раздел 2. Дифференциальная геометрия поверхностей	12
<b>Итого за 3 семестр</b>		<b>26</b>
4 семестр		
4	Раздел 3. Элементы общей топологии	12
5	Раздел 4. Топология многообразий	14
<b>Итого за 4 семестр</b>		<b>26</b>
<b>Итого:</b>		<b>52</b>

#### 4.5. Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом

#### 4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов
3 семестр			
1	Дифференциальная геометрия кривых	Самостоятельное изучение материала Выполнение домашнего задания: решение задач	46
2	Дифференциальная геометрия поверхностей	Самостоятельное изучение материала Выполнение	46

		домашнего задания: решение задач	
<b>Итого за 3 семестр</b>			<b>92</b>
Зачет (письменный)		Подготовка к зачету	4
<b>4 семестр</b>			
3	Элементы общей топологии	Самостоятельное изучение материала. Выполнение домашнего задания: решение задач	34
4	Топология многообразий	Самостоятельное изучение материала. Выполнение домашнего задания: решение задач	35
<b>Итого за 4 семестр</b>			<b>69</b>
Экзамен (письменный)		Подготовка к экзамену	<b>27</b>

#### **4.7. Курсовые работы не предусмотрены учебным планом**

### **5. Образовательные технологии**

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- *классические (традиционные) технологии*: проведение лекций и практических занятий
- *информационные технологии*: использование Интернет при самостоятельной подготовке студентов;
- *работа в команде*: совместная работа студентов в группе при выполнении практических работ, выполнении групповых домашних заданий.

### **6. Формы контроля освоения дисциплины**

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором и преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине в следующих формах:

- письменные домашние задания;
- контрольные работы;
- выполнение индивидуальных заданий;
- устный опрос.

Промежуточный контроль по результатам освоения дисциплины проходит в форме зачета в 3-м семестре и письменного экзамена во 4-м семестре (включает в себя ответ на теоретические вопросы и решение задач).

Система оценивания учебных достижений студентов, оценочные средства представлены в фонде оценочных средств к рабочей программе учебной дисциплины (приложении).

## **7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учебное пособие / И. В. Киреев, Л. В. Кнауб, Д. В. Левчук, Я. Н. Нужин. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017. – 102 с. – ISBN 978-5-7638-3622-6. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/84148.html> (дата обращения: 09.12.2024).

2. Нагребецкая, Ю. В. Дифференциальная геометрия : практикум / Ю. В. Нагребецкая, О. Е. Перминова ; под редакцией М. В. Волкова. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2017. – 72 с. – ISBN 978-5-7996-2062-2. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/107033.html> (дата обращения: 09.12.2024).

3. Павлов, Е. А. Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов / Е. А. Павлов, О. И. Рудницкий. – 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 76 с. – ISBN 978-5-8114-9493-4. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/195518> (дата обращения: 08.12.2024).

4. Манфредо, П. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей / П. Манфредо ; перевод Н. Г. Перлова. – Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2013. – 608 с. – ISBN 978-5-4344-0150-0. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/28887.html> (дата обращения: 09.12.2024).

### **б) дополнительная литература:**

1. Обуховский, В. В. Элементы топологии : учебное пособие / В. В. Обуховский, Г. Г. Петросян. – Воронеж : ВГПУ, 2022. – 40 с. – ISBN 978-5-00044-937-0. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/340214> (дата обращения: 09.12.2024).

2. Баландин, А. В. Элементы теории кривых : учебно-методическое пособие / А. В. Баландин, Е. М. Макаров. – Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2022. – 26 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/344651> (дата обращения: 09.12.2024).

### **в) Интернет-ресурсы:**

1. Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com>



2. Электронно-библиотечная система «IPR SMART» : [сайт]. – Режим доступа: <https://www.iprbookshop.ru>.

3. Федеральный портал российского образования : [сайт]. – Режим доступа: [www.edu.ru](http://www.edu.ru).

4. Научная электронная библиотека : [сайт]. – Режим доступа: [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru).

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Лекционные занятия: доска, мел, столы, стулья.

Практические занятия: доска, мел, столы, стулья.

Самостоятельная работа студентов: тетрадь, ручка шариковая, библиотека/ПК с выходом в Интернет, Maple, Mathematica, GeoGebra.

## 9. Лист дополнений и изменений

[illegible]